جلسه سیزدهم

در جلسه‌ی گذشته در نهایت به رابطه‌ی زیر رسیدیم:

$$^{e}a_1 = \frac{\sum_{i=2}^{n} F_{i1}}{m_1} + \ ^{e}g_1$$

در رابطه‌ی فوق $^{e}a_1$ شتاب جسم ۱ از دید دستگاه چسبیده به زمین و نسبت به نقطه‌ای چسبیده به زمین است و $^{e}g_1$ شتاب آزادی است که جسم ۱ از دید زمین پیدا می‌کند.

دلیل اینکه بالانویس e را برای ^{e}g انتخاب نمودیم این است که با مشاهده و اندازه گیری در اطراف زمین به این نتیجه رسیدند که شتاب آزاد هر جسمی در اطراف زمین از دید دستگاه زمین مقدار تقریباً ثابتی مانده و تغییر چندانی نمی‌کند و ساده‌ترین حالت این است که رابطه را از دید دستگاه زمین بنویسیم. خداوند در قرآن می‌فرماید خداوند زمین را قراری برای شما قرار داده است[۱]. کاملاً مشخص است که اگر شتاب آزادی که به ما از طرف زمین و از دید زمین وارد می‌شود با جابجایی روی زمین تغییر می‌کرد آن‌گاه هیچ قراری روی زمین نمی‌داشتیم. به دلیل اینکه ^{e}g تغییر چندانی نمی‌کند در اکثر کتاب‌ها به جای آن از g استفاده می‌کنند.

مورد مهم دیگری که شاید سوال برانگیز باشد این است که علی‌رغم اینکه F مانند شتاب، بردار است بالانویسی به عنوان دستگاهی که به آن می‌نگرد تعریف نکردیم. اگر توجه داشته باشید ما نیروهای بین دو جسم را در راستایی در نظر گرفتیم که با جای دو جسم تعریف نمودیم. به عبارت دیگر اگر بردار واصل دو جسم را راستای اول دستگاهی که به Fها می‌نگرد درنظر بگیریم، Fها را همواره در این راستای اول تعریف نمودیم. بنابراین نیروهای بین ذرات را از جای خودشان تعریف می‌کنیم. به عنوان مثال تعریف نیروی اصطکاک بین پاهای ما و زمین، به جای پاهای ما و زمین بستگی دارد. لذا برای این Fهای بین ذرات نیازی به تعیین دستگاه نیست و از دید تمام دستگاه‌ها تعریف یکسان داشته و این تعریف فقط به جای دو جسم بستگی دارد و بس!

حال این پرسش مطرح می‌شود که اگر شتاب را از دید دستگاه دلخواه دیگری مانند t (^{t}a) اندازه‌گیری کنیم، اگر هیچ تغییری در $\frac{\sum_{i=2}^{n} F_{i1}}{m_1}$ رخ نمی‌دهد آیا رابطهٔ مربوطه، همچنان برقرار می‌ماند؟

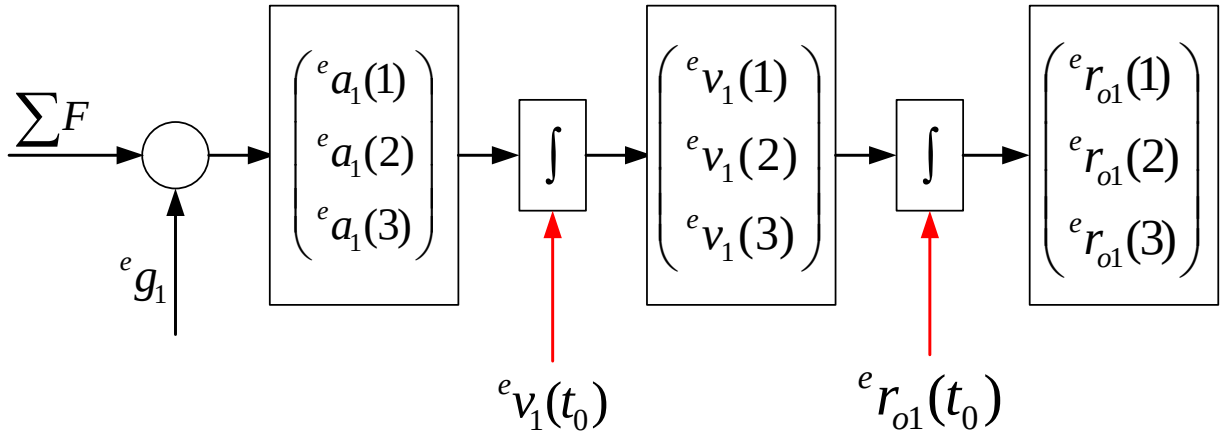
در پاسخ باید گفت با تغییر دستگاه به دستگاه دیگری غیر زمین، مقدار شتاب آزادی که آن دستگاه می‌بیند تغییر می‌کند و رابطه به صورت زیر می‌شود:

[۱] الذی جعل لکم الارض قراراً

$$^{t}a_1 = \frac{\sum_{i=2}^{n} F_{i1}}{m_1} + {}^{t}g_1$$

دلیل یکسان بودن $\sum_{i=2}^{n} F_{i1}$ از دید هر دستگاهی، با مشاهده و تجربه اثبات شده است. خداوند در ابتدای سوره ملک می‌فرماید: در مخلوقات خداوند رحمان تفاوتی نمی‌بینید[۲]. معنای این آیه همان برابری داده‌ها و ستانده‌هاست که در جلسه‌ی گذشته بسیار بر آن تأکید کردیم. ما از این قاعده‌ی کلی که در این آیه اشاره شده است برای جابجایی‌ها استفاده نمودیم. در بسیار نمونه‌های نزدیک زمین این رابطه را از دید زمین می‌نویسیم.

نمایش بلوکی این رابطه که به مکانیک نیوتنی معروف است، ($^{e}a_1 = \frac{\sum_{i=2}^{n} F_{i1}}{m_1} + {}^{e}g_1$) به صورت زیر است.



به دلیل اینکه هر انتگرال‌گیری به شرایط اولیه نیاز دارد، با مشخص بودن $^{e}\underline{v}_1(t_0)$ قادر خواهیم بود با انتگرال‌گیری از مولفه‌های شتاب جسم ۱ از دید زمین به مولفه‌های سرعت این جسم از دید زمین برای زمان‌های $t > t_0$ برسیم. سپس با دانستن $^{e}\underline{r}_{o1}(t_0)$ می‌توانیم با انتگرال‌گیری از مولفه‌های سرعت جسم ۱ از دید زمین به مولفه‌های جای جسم ۱ از دید زمین و نسبت به نقطه‌ی مشخص چسبیده به زمین (o) برای زمان‌های $t > t_0$ برسیم.

به عنوان مثال اگر در حرکت پرتابی راستای سوم را به سمت پایین در راستای ^{e}g درنظر بگیریم برای تمامِ زمان‌ها $^{e}a_1(t) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ g \end{pmatrix}$ است. و اگر $^{e}v_1(t_0) = \begin{pmatrix} v_{01} \\ 0 \\ v_{03} \end{pmatrix}$ باشد آن‌گاه با انتگرال‌گیری $^{e}v_1(t) = \begin{pmatrix} v_{01} \\ 0 \\ gt + v_{03} \end{pmatrix}$ است. و اگر $^{e}r_{o1}(t_0) = \begin{pmatrix} x_0 \\ 0 \\ z_0 \end{pmatrix}$ باشد آن‌گاه $^{e}r_{o1}(t) = \begin{pmatrix} v_{01}t \\ 0 \\ \frac{1}{2}gt^2 + v_{03}t + z_0 \end{pmatrix}$ می‌باشد.

[۲] ما تری فی الخلق الرحمان من تفاوت فارجع البصر هل تری من فطور

در بررسی تعاملات بین چیزها می‌توان بسته به آن تعاملی که به دنبالش هستیم یک چیز را به صورت چند بخشِ مجزا در نظر گرفت.

مثال) فرض کنید شخصی سوار بر قایق و در حال پارو زدن است. چه چیزهایی در این حالت با هم در تعامل هستند؟

۱) آبی که پارو با آن در تعامل است
۲) پارو
۳) قایق
۴) قایق‌ران
۵) آب در تعامل با قایق

حال نیروهای بین اجزای بالا را رسم نموده و سعی کنید راستا و جهتی که برای آن‌ها اختیار می‌کنید تا حد خوبی به واقعیت نزدیک باشد. همچنین شتاب آزاد را برای هر جزء رسم نمایید. به این ترتیب که جهت پایین را مثبت بگیرید. دو راستای دلخواه دیگر را روی صفحه‌ی افق بنا کنید. افق صفحهٔ عمود بر همان بردار ^{e}g است. برای نمونه، بخشی از نیروهای وارد شونده به قایق‌ران(3)، آب(1) و پارو(2) را در شکل زیر رسم نمودیم.